

Задача 6.11

ВЫПОЛНИЛА: ПОГОСБЕКЯН МАРИЯ 305 ВМК

Условие

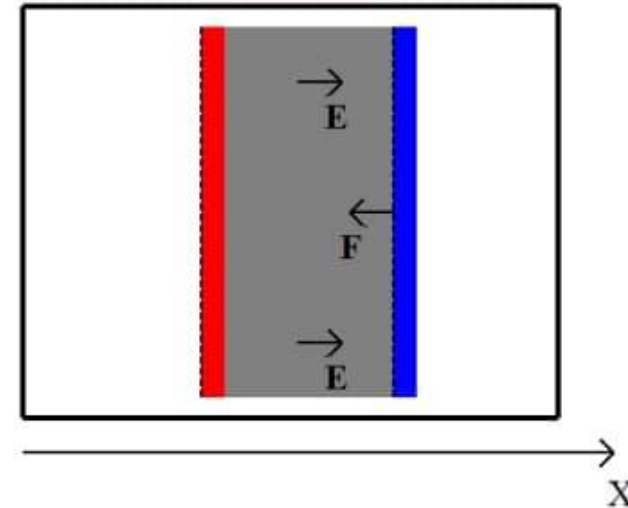
- Исследовать дисперсию волн в ионосфере. Записать уравнение движения электронов, полагая их свободными. Получить дисперсионное соотношение $\epsilon = \epsilon(\omega)$. Объяснить механизм возникновения дисперсии в плазме. Найти фазовую и групповую скорости в плазме.
- Построить графики частотных зависимостей показателя преломления плазмы, а также фазовой и групповой скоростей в плазме. Частоту f отнести к плазменной частоте $f_{пл}$.
- Объяснить: 1) отражение радиоволн КВ диапазона ($f \approx f_{пл}$) от ионосферы, которое используется в радиосвязи
2) прозрачность ионосферы для волн ТВ и УКВ диапазонов ($f \gg f_{пл}$).

Колебания плазмы

Старт

Величина $\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 N}{m \epsilon_0}}$ [рад/с] называется **плазменной частотой**. Частота ω_p играет для плазмы роль собственной частоты. Однако она характеризует не отдельные частицы, а весь коллектив заряженных частиц, из которых состоит плазма.

Допустим, что нейтральная плазма занимает расстояние между бесконечными пластинами, перпендикулярными к оси X. Среднее электрическое поле в такой плазме равно нулю. Сместим все электроны вдоль оси X на малое расстояние x , а ионы (тяжелые) оставим несмещенными. Тогда в плазме возникнет электрическое поле E , а на каждый электрон будет действовать квазиупругая сила $F = -eE$. Если плазму предоставить самой себе, то возникнет свободное гармоническое колебание электронов с собственной частотой ω_p .



$$E = \frac{eN}{\epsilon_0} x$$

$$m\ddot{x} = -eE$$

$$\ddot{x} + \frac{e^2 N}{m \epsilon_0} x = 0$$



- ионы



- электроны

Сивухин Д.В.

“Оптика”

Меню

Решение задачи

Пр. 3. Н.: $m\ddot{\vec{r}} = -g\ddot{\vec{r}} - k\ddot{\vec{r}} + q\vec{E}$

описов. $\downarrow$ эффект частицы $(\vec{F}_{\text{уп}})$
 возмущения
 сила действ. со стороны
 э. поля на частицу

$\ddot{\vec{r}} + \gamma\dot{\vec{r}} + \omega_0^2\vec{r} = q\vec{E}$ $\gamma = \frac{g}{m}$ - коэф. затухания
 $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{r} = \vec{r}_0 e^{i\omega t}$

$\vec{r}_0 (-\omega^2 + i\gamma\omega + \omega_0^2) = \frac{q\vec{E}_0}{m}$ $\leftarrow$ связь между ампл. колеб. частицы и ампл. поле

$\vec{r}_0 = \frac{q\vec{E}_0}{m} \cdot \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}$ где ω_0 - соб. частота частицы;
 ω - частота волны

Колебания затен. частицы приводит к неведению дип. момента

$\vec{P} = q\vec{r}$ $\vec{P} = N\vec{p} = Nq\vec{r}$ $\uparrow$ дип. мом.

$\vec{P} = \epsilon_0(\epsilon - 1)\vec{E} = Nq\vec{r}$ $\uparrow$ поляризация среды

$\epsilon_0(\epsilon - 1)\vec{E}_0 e^{i\omega t} = Nq\vec{r}_0 e^{i\omega t}$

$\vec{r}_0 = \frac{q\vec{E}_0}{m} \cdot \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega}$

$\epsilon_0(\epsilon - 1) = \frac{Nq^2}{m} \cdot \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \Rightarrow$

$\Rightarrow \epsilon = 1 + \frac{Nq^2}{m\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \Rightarrow n \approx \sqrt{\epsilon} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Запишем γ -и $\text{дисп. гл. } n$.

Запишем закон дисперсии:

$$n^2 = 1 + \frac{Nq^2}{m\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2) + i\gamma\omega} \quad \} \Rightarrow$$

Плюс пишем: $\omega_0 = 0$; $\gamma = 0$

соб. частота колебаний затен. частицы в среде

Т.к. γ электроны, то поставим $\gamma = 0$

$\Rightarrow n^2 = 1 - \frac{Nq^2}{m\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$, $\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0}$

$n = \frac{c}{V_{\text{ф}}} \Rightarrow V_{\text{ф}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}}$ $\uparrow$ ω_p - частота плазмы

$V_{\text{ф}} = \frac{\omega}{k}$ $\Rightarrow$ Возведем в квадрат и упростим:

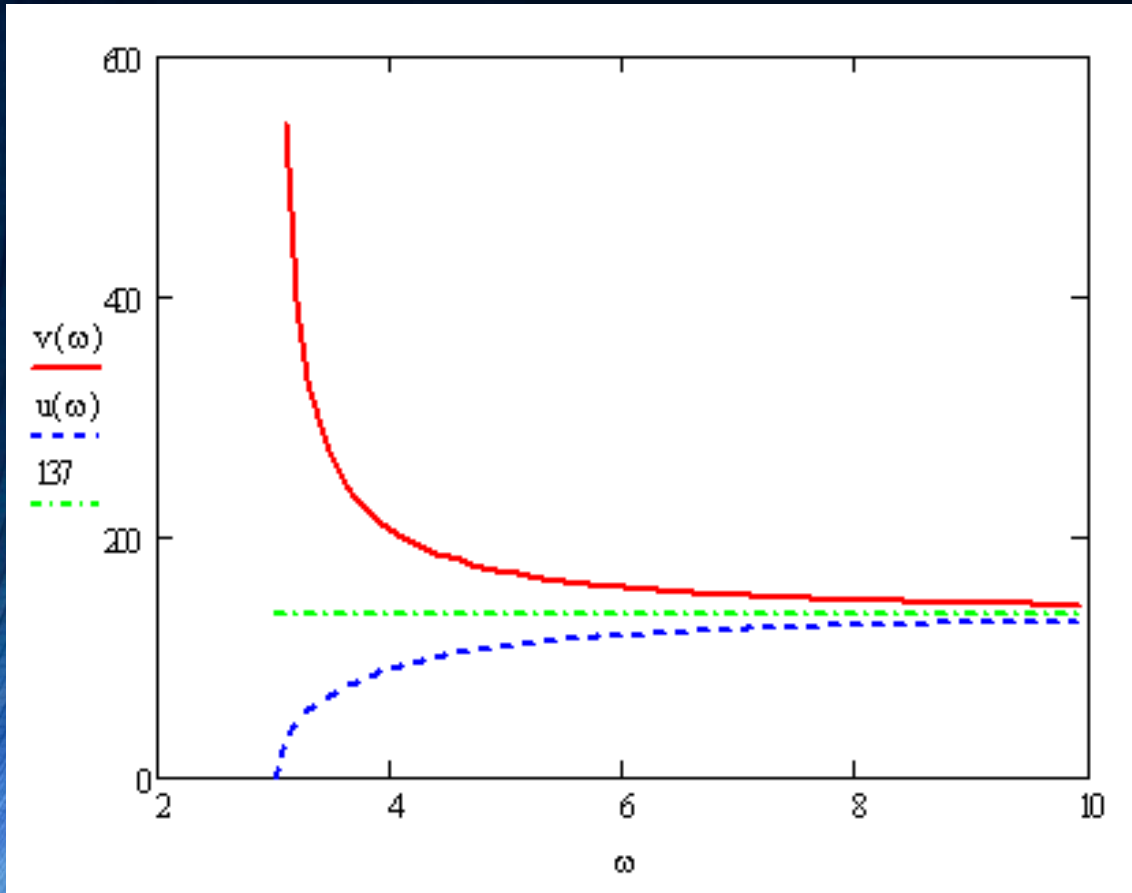
$\frac{\omega^2}{k^2} = \frac{c^2}{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \rightarrow c^2 k^2 = \omega^2 - \omega_p^2 \rightarrow k dk c^2 = \omega d\omega \rightarrow$

$(\omega_p^2 = \text{const} \Rightarrow \text{не гл. дисп.})$

$\Rightarrow c^2 = \underbrace{\frac{\omega d\omega}{k dk}}_{V_{\text{ф}} V_{\text{гр}}} \Rightarrow V_{\text{ф}} \cdot V_{\text{гр}} = c^2 \Rightarrow V_{\text{гр}} = \frac{c^2}{V_{\text{ф}}} = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$

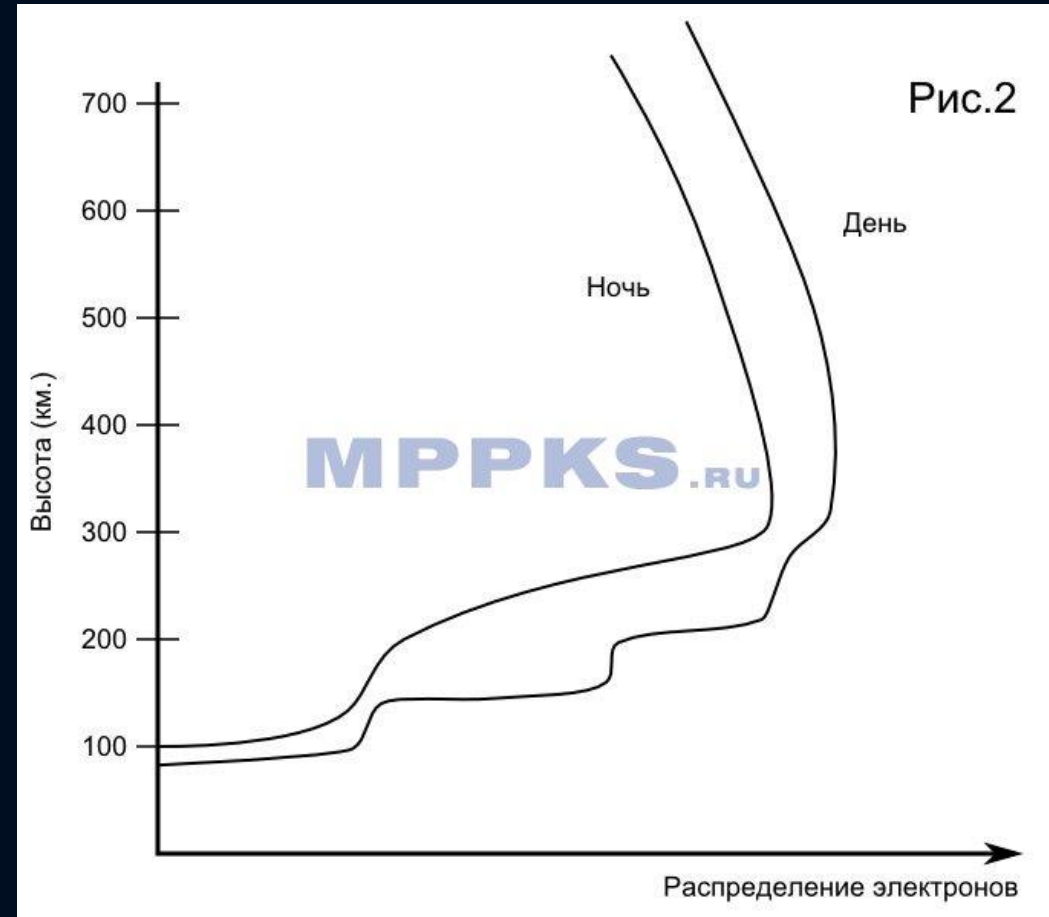
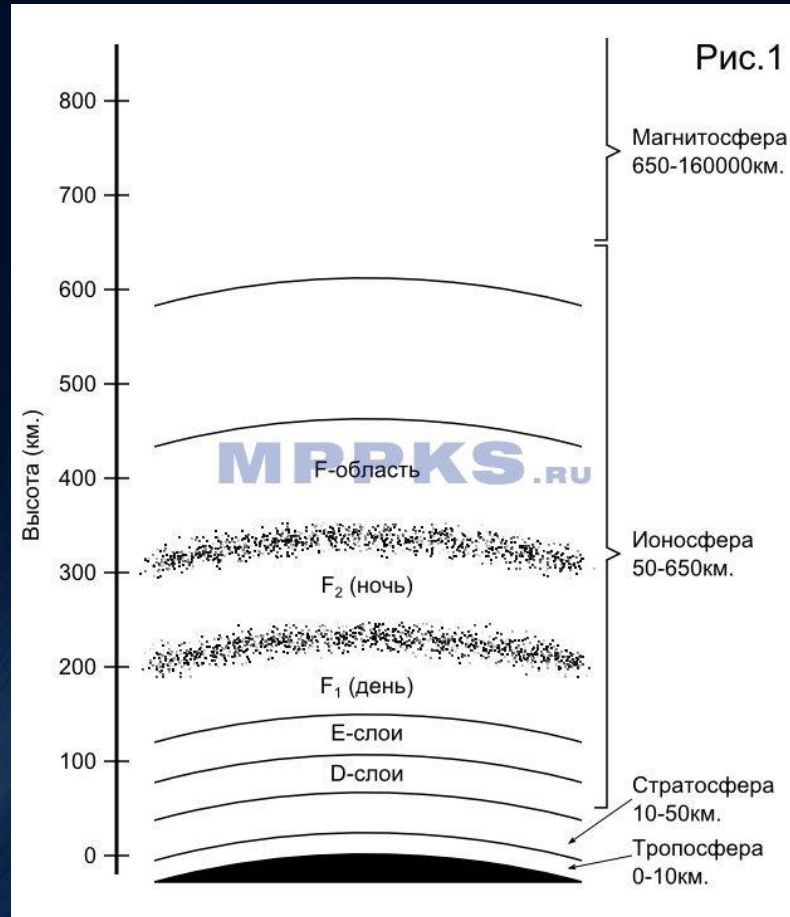
Графики

Дисперсия фазовой скорости (сплошная кривая) и групповой скорости (штриховая кривая) электромагнитной волны в плазме

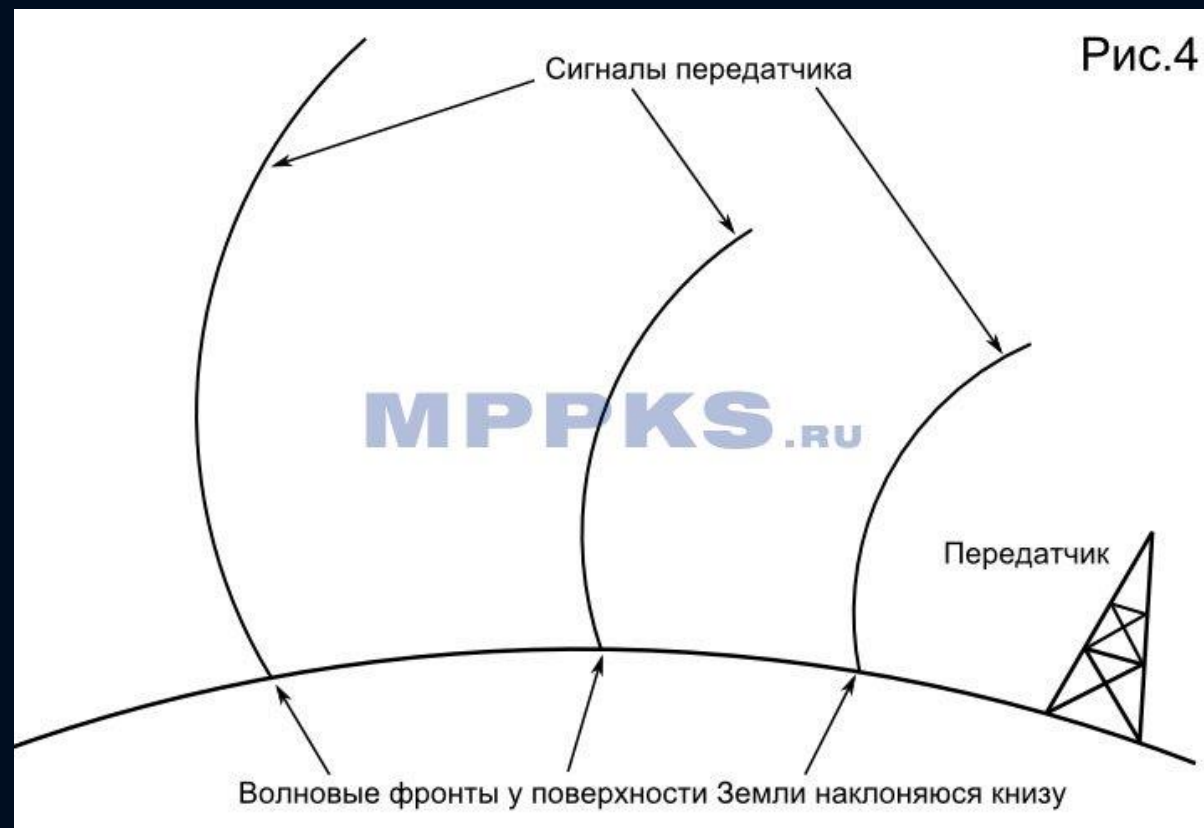
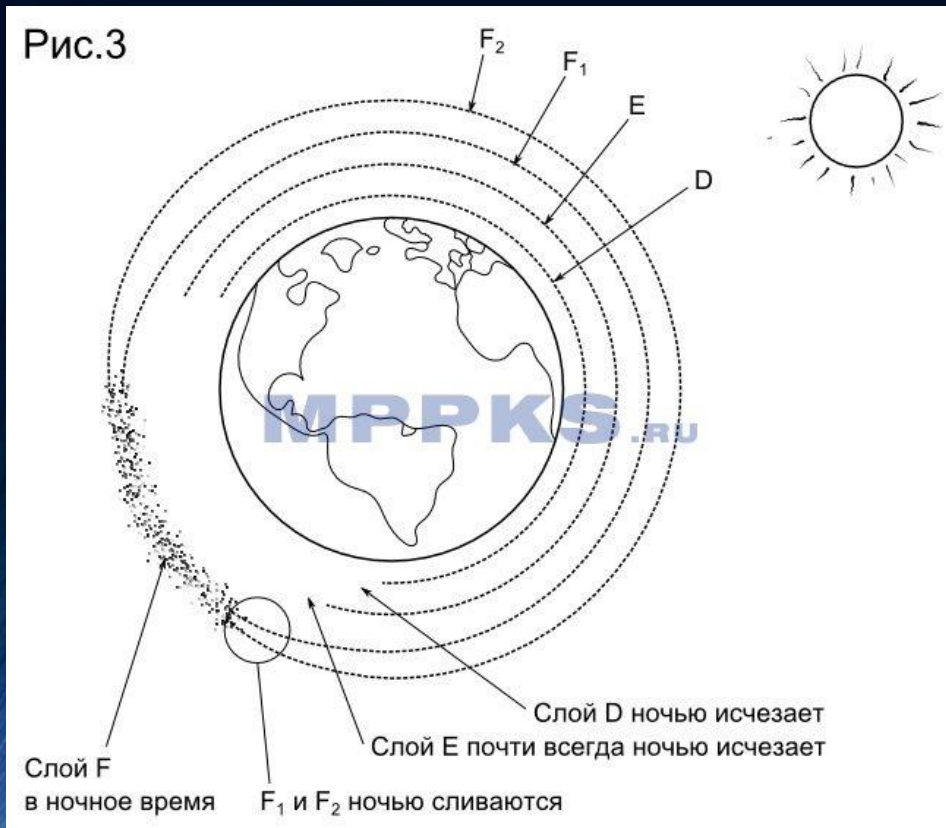


Абсцисса отложена в электрон-вольтах, ордината – в атомных единицах, прямой линией показана скорость света в вакууме в атомных единицах ат. ед., $\omega_p=3$ эВ

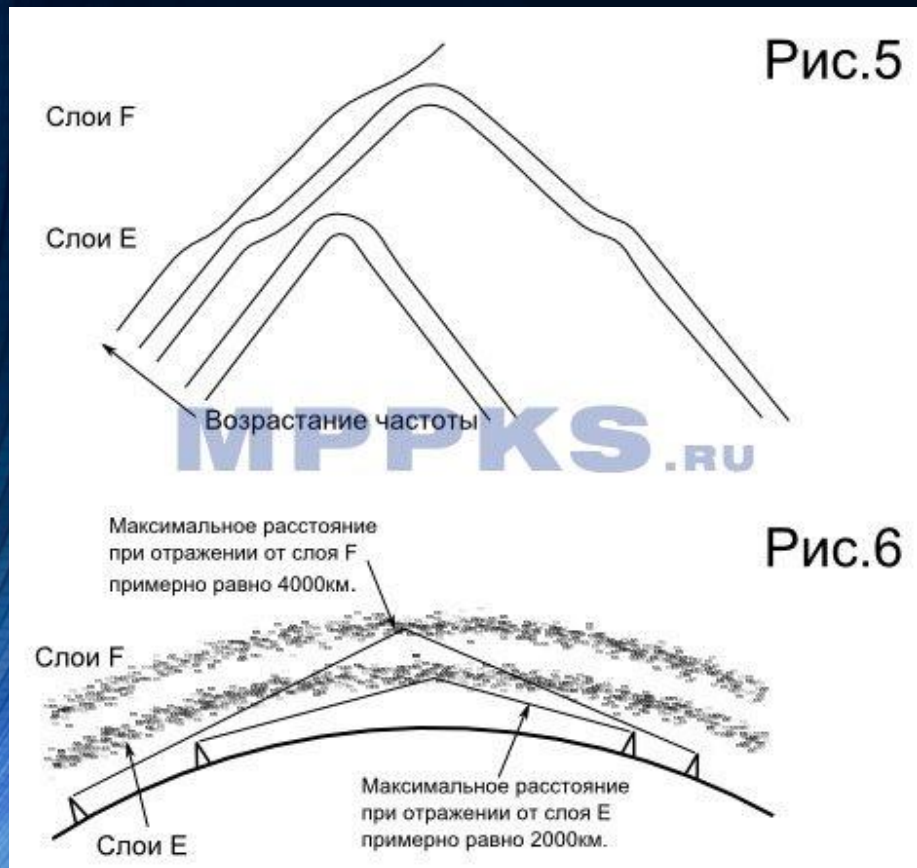
Объяснить отражение радиоволн КВ диапазона от ионосферы



Объяснить отражение радиоволн КВ диапазона от ионосферы



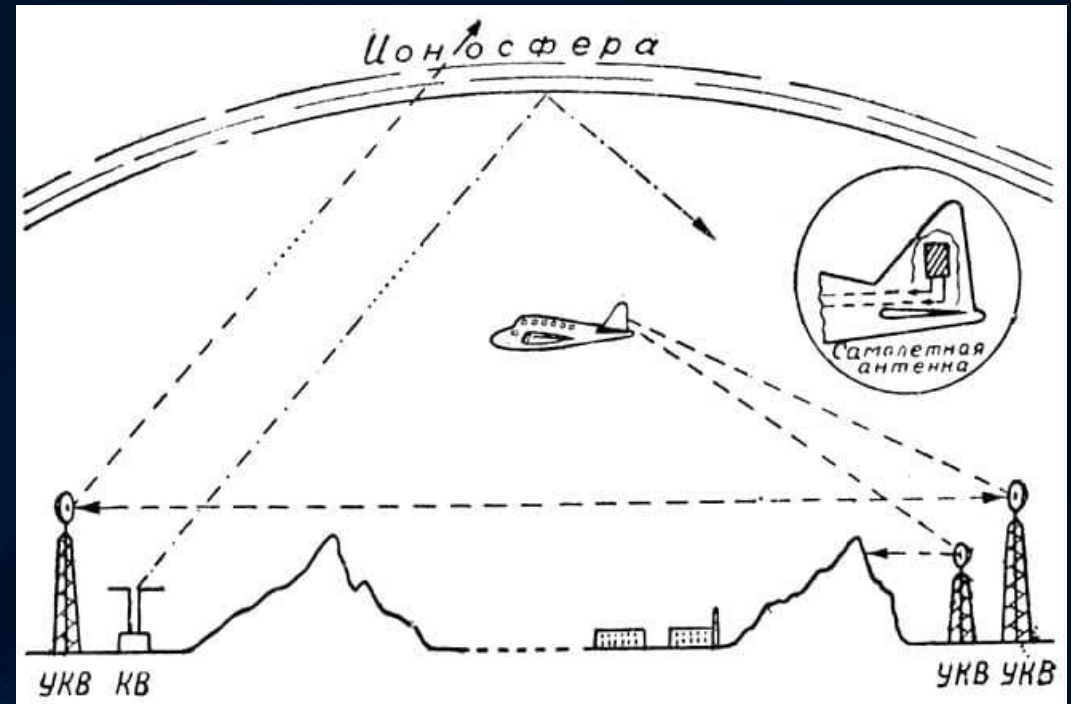
Объяснить отражение радиоволн КВ диапазона от ионосферы



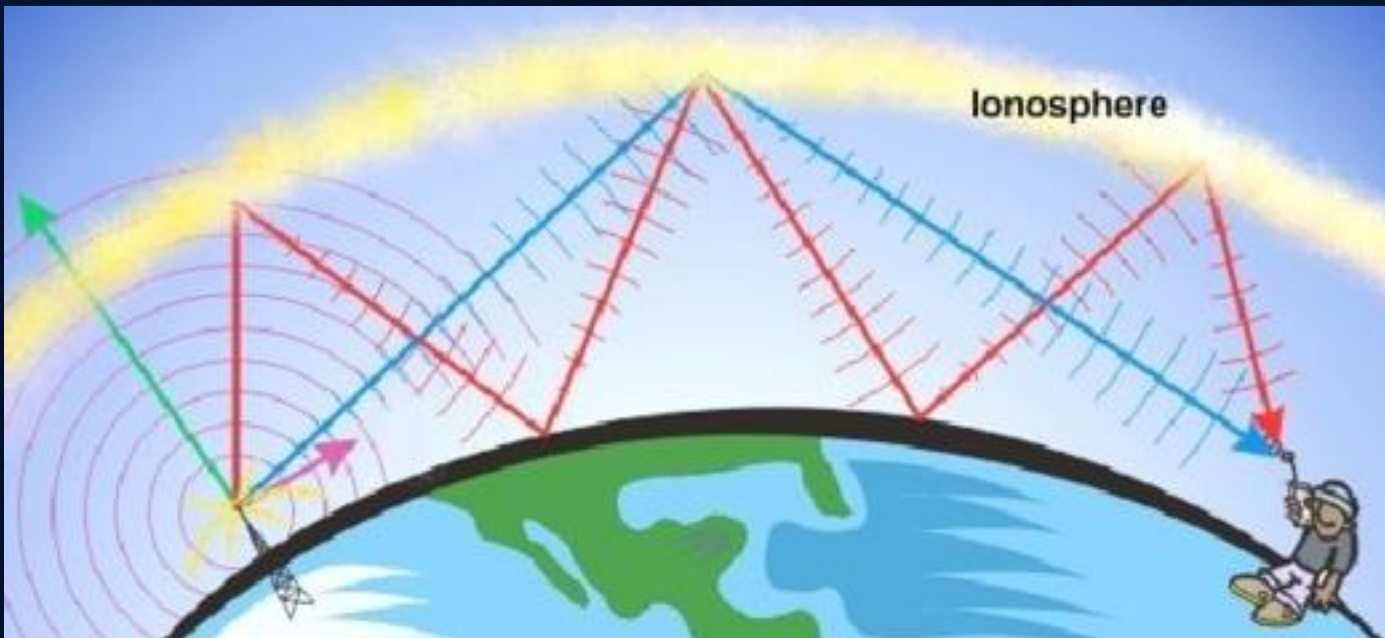
Земная поверхность действует как отражатель для вернувшихся к Земле от ионосферы сигналов, она возвращает их обратно к ионосфере, где они снова отражаются к Земле (рис.7). Таким способом сигнал может распространяться вокруг всего земного шара (и даже в нескольких направлениях).

Объяснить отражение радиоволн КВ диапазона от ионосферы

Радиоволны КВ диапазона плохо огибают поверхность Земли, но в ионосфере происходит искривление пути КВ. Войдя в ионосферу, они могут пройти в ней очень длинный путь и вернуться на Землю очень далеко от радиостанции.

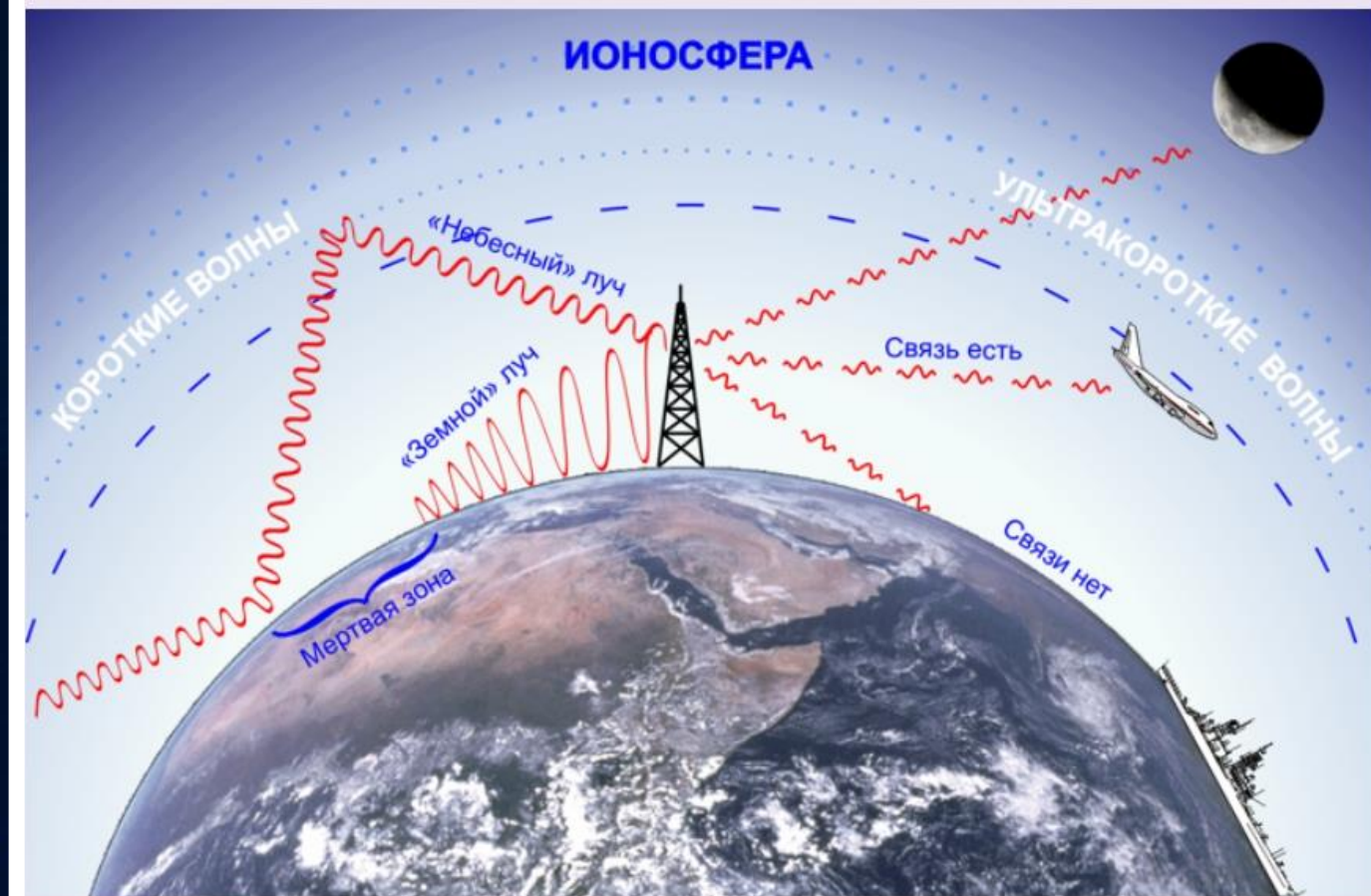


Короткие волны многократно отражаются от поверхности земли и от ионосферы => распространение на большие расстояния



Прозрачность ионосферы для УКВ диапазона

Радиоволны



Волны УКВ распространяются в пределах прямой видимости, легко проникают сквозь ионосферу, уходя в космическое пространство. То есть ионосфера для волн УКВ диапазона прозрачна.

Распространение радиоволн



Т.к в пределах прямой видимости может быть естественный спутник Земли – Луна, то волны УКВ могут отразиться от нее и вернуться на Землю на другом конце земного шара